Echappement à ancre suisse à repos équidistants

Dégagement d'entrée - Défaut d'isochronisme

Calibre 11 1/2''' - seconde au centre - automatique - balancier à vis

Référence :E:\Résonateur (TA)\Echappement\EASRE - D_entrée - transmission.mcd(R)

$T_0 = 0.4\ s$ $\quad f = 2.5\ s^{-1}$ $\quad \omega_0 := 2\cdot\pi\cdot f$ $\quad J_b = 20\,mg\cdot cm^2$ $\quad \theta_0 = 270\,deg$ $\quad \psi := 0$ $\quad ms := 10^{-3}\cdot s$

Couple à la roue d'échappement

$C_B = 10.019\,N\cdot mm$ $\quad \rho_0 = 4.38\times 10^3$ $\quad C_r := \dfrac{C_B}{\rho_0}$ $\quad C_r = 2.287\times 10^{-3}\,N\cdot mm$ $\quad \varepsilon_c := 0.65$

Défaut d'isochronisme provoqué par le dégagement d'entrée

Perturbation de marche due aux percussions lors du dégagement d'entrée

$n_c := 5$ $\quad j := 0\,..\,n_c - 1$ $\quad t_{cd} := (0.29452\ \ 0.29536\ \ 0.29587\ \ 0.29619\ \ 0.29639)\cdot s$ $\quad t_{cd} := t_{cd}^{\,T}$

$\tau_{cd_j} := \left(t_{cd_j} - t_{cd_0}\right)$ $\quad \tau_{cd}^{\,T} = (0\ \ 0.84\ \ 1.35\ \ 1.67\ \ 1.87)\,ms$

$\theta_{cd} := (-24\ \ -20.465\ \ -18.329\ \ -17.008\ \ -16.14)\cdot deg$ $\quad \theta_{cd} := \theta_{cd}^{\,T}$

$\omega b_{cd} := (73.41\ \ 73.424\ \ 73.422\ \ 73.418\ \ 73.414)\cdot s^{-1}$ $\quad \omega b_{cd} := \omega b_{cd}^{\,T}$

$\omega b'_{cd} := (73.349\ \ 73.383\ \ 73.396\ \ 73.401\ \ 73.402)\cdot s^{-1}$ $\quad \omega b'_{cd} := \omega b'^{\,T}_{cd}$

$\Delta E_{cd_j} := \dfrac{1}{2}\cdot J_b\cdot\left[\left(\omega b'_{cd_j}\right)^2 - \left(\omega b_{cd_j}\right)^2\right]$ $\quad \Delta E_{cd}^{\,T} = (-8.952\ \ -6.019\ \ -3.817\ \ -2.496\ \ -1.762)\,10^{-9}\cdot joule$

$$\Delta T_{cd}(n_c) := \sum_{j=0}^{n_c-1}\left[\frac{\theta_{cd_j}}{2\cdot\omega_0^{3}\cdot\theta_0^{2}\cdot\sqrt{\theta_0^{2} - \left(\theta_{cd_j}\right)^2}}\cdot\left[\left(\omega b'_{cd_j}\right)^2 - \left(\omega b_{cd_j}\right)^2\right]\right] \qquad \mu_{cd}(n_c) := -86400\cdot\frac{\Delta T_{cd}(n_c)}{T_0}$$

$\Delta T_{cd}(n_c) = 1.034\times 10^{-5}\ s$ $\quad \mu_{cd}(3) = -1.903$ $\quad \mu_{cd}(n_c) = -2.233$

Perturbation de marche due au glissement à la fin du dégagement d'entrée

Rapports de transmission

$$\psi(\theta) := \arctan\left(\frac{\rho_3\cdot\sin(\theta)}{b - \rho_3\cdot\cos(\theta)}\right) - \beta_0 \qquad \Lambda_{de}(\theta) := \kappa'_{de}(\psi(\theta))\cdot K'_{de}(\psi(\theta)) \qquad C_d(\theta) := \Lambda_{de}(\theta)\cdot C_r$$

Début et fin du glissement

$\theta_{gde} := \max(\theta_{cd})$ $\quad \theta_{gde} = -16.14\,deg$ $\quad \theta_{fde} := \theta_{de}(\varepsilon)$ $\quad \theta_{fde} = -13.498\,deg$

$t_{gde} := \max(t_{cd})$ $\quad t_{gde} = 0.29639\ s$ $\quad t_{fde} := 0.29702\cdot s$

$\varphi_{gde} := \omega_0\cdot t_{gde}$ $\quad \varphi_{gde} = 266.751\,deg$ $\quad \varphi_{fde} := \omega_0\cdot t_{fde}$ $\quad \varphi_{fde} = 267.318\,deg$

$$\Delta T_{gd} := \frac{C_r}{J_b\cdot\omega_0^{3}\cdot\theta_0}\cdot\int_{\varphi_{gde}}^{\varphi_{fde}}\Lambda_{de}(\theta_0\cdot\cos(\varphi))\cdot\cos(\varphi)\,d\varphi \qquad \mu_{gd} := -86400\cdot\frac{\Delta T_{gd}}{T_0} \qquad \mu_{gd} = -0.415$$

Perturbation de marche totale

$\mu_{t\_de} := \mu_{cd}(n_c) + \mu_{gd}$ $\quad \boxed{\mu_{t\_de} = -2.648}$

Calculs approximatifs du défaut d'isochronisme

Rapports moyens de transmission

$K_{ra} := 0.5\cdot\left(K_{de}(0) + K_{de}(\varepsilon)\right)$ $\quad K_{ra} = -0.141$ $\quad K'_{ra} := 0.5\cdot\left(K'_{de}(0) + K'_{de}(\varepsilon)\right)$ $\quad K'_{ra} = -0.229$

$\kappa_{ab} := 0.5\cdot\left(\kappa_{de}(0) + \kappa_{de}(\varepsilon)\right)$ $\quad \kappa_{ab} = 0.236$ $\quad \kappa'_{ab} := 0.5\cdot\left(\kappa'_{de}(0) + \kappa'_{de}(\varepsilon)\right)$ $\quad \kappa'_{ab} = 0.232$

Calcul approximatif de la perturbation de marche due aux chocs

Nombre de chocs considéré $\quad nc := 50$

Début et fin du dégagement $\quad \theta_1 := -0.5\cdot\lambda_b$ $\quad \theta_1 = -24\,deg$ $\quad \theta_2 := \theta_{fde}$ $\quad \theta_2 = -13.498\,deg$

Vitesse approximative du balancier

$\theta_m := \dfrac{\theta_1 + \theta_2}{2}$ $\quad \varphi(\theta_0) := \pi + arccos\left(\dfrac{-\theta_m}{\theta_0}\right)$ $\quad \omega_b(\theta_0) := -\omega_0\cdot\theta_0\cdot sin(\varphi(\theta_0))$ $\quad \omega_b(\theta_0) = 73.843\ s^{-1}$

$J_A := J_{rouage}\cdot K_{ra}^{\,2} + J_a$ $\quad G_{de} := \dfrac{J_A}{J_b}\cdot\kappa'_{ab}$ $\quad G_{de} = 2.46\times10^{-3}$ $\quad C_d := K'_{ra}\cdot C_r$ $\quad C_d = -5.24\times10^{-4}\,N\cdot mm$

$$\Delta t_{cd}(\theta_0, j) := \left[\frac{-2\cdot J_A}{C_d}\cdot\kappa_{ab}\cdot\omega_b(\theta_0)\cdot\frac{\varepsilon_c\cdot\left(1-\varepsilon_c^{\,j}\right)}{1-\varepsilon_c}\right] \qquad \tau_{cd_j} := \Delta t_{cd}(\theta_0, j)$$

$\tau_{cd}^{\,T} = (0\ \ 0.917\ \ 1.512\ \ 1.9\ \ 2.151)\,ms$

$\theta_{cd}(\theta_0, j) := \theta_1 + \omega_b(\theta_0)\cdot\Delta t_{cd}(\theta_0, j)$ $\quad \Theta cd_j := \theta_{cd}(\theta_0, j)$

$\Theta cd^{T} = (-24\ \ -20.12\ \ -17.6\ \ -15.96\ \ -14.9)\,deg$

Elongation approximative de fin des percussions $\quad \theta_{cd}(\theta_0, nc) = -12.919\,deg$ $\quad \left(\theta_{cd}(\theta_0, nc) \le \theta_2\right) = 0$

$\Delta E_{c0}(\theta_0) := -J_A\cdot\kappa'_{ab}\cdot\kappa_{ab}\cdot\omega_b(\theta_0)^2\cdot(1+\varepsilon_c)$ $\quad \Delta E_{cd}(\theta_0, j) := \left(\varepsilon_c^{\,j}\right)\cdot\Delta E_{c0}(\theta_0)$ $\quad \Delta Ec_j := \Delta E_{cd}(\theta_0, j)$

$\Delta Ec^{T} = (-10.453\ \ -6.795\ \ -4.417\ \ -2.871\ \ -1.866)\,10^{-9}\cdot joule$

$$\Delta T_{cd}(\theta_0, n_c) := \frac{1}{J_b\cdot\omega_0^{\,3}\cdot\theta_0^{\,3}}\cdot\sum_{j=0}^{n_c-1}\left[\theta_{cd}(\theta_0, j)\cdot\Delta E_{cd}(\theta_0, j)\cdot\left(\theta_{cd}(\theta_0, j)\le\theta_2\right)\right]$$

$\mu_{ac}(\theta_0, n_c) := -86400\cdot\dfrac{\Delta T_{cd}(\theta_0, n_c)}{T_0}$ $\quad \Delta T_{cd}(\theta_0, n_c) = 1.16\times10^{-5}\ s$

$\mu_{acd}(\theta_0) := \mu_{ac}(\theta_0, nc)$ $\quad \mu_{ac}(\theta_0, n_c) = -2.505$ $\quad \mu_{acd}(\theta_0) = -2.635$

Calcul approximatif de la perturbation de marche due au glissement entre la fin des percussions et la fin du dégagement

Linéarisation des rapports de transmission $\quad \theta_1 = -24\,deg$ $\quad \theta_2 = -13.5\,deg$

$\psi'_d := \dfrac{\varepsilon}{\theta_2 - \theta_1}$ $\quad \psi'_d = 0.238$

$K'_d := K'_{de}(0)$ $\quad X'_d := \dfrac{K'_{de}(\varepsilon) - K'_{de}(0)}{\varepsilon}$ $\quad \kappa'_d := \kappa'_{de}(0)$ $\quad \chi'_d := \dfrac{\kappa'_{de}(\varepsilon) - \kappa'_{de}(0)}{\varepsilon}$

$K'_{ad}(\theta) := K'_d + X'_d\cdot\left[\psi'_d\cdot(\theta - \theta_1)\right]$ $\quad \kappa'_{ad}(\theta) := \kappa'_d + \chi'_d\cdot\left[\psi'_d\cdot(\theta - \theta_1)\right]$

$\Lambda_{ad}(\theta) := K'_{ad}(\theta)\cdot\kappa'_{ad}(\theta)$

$\varphi_2(\theta_0) := \pi + \arccos\left(-\theta_2 \cdot \theta_0^{-1}\right)$ $\qquad \varphi_2(\theta_0) = 267.134\ deg$

$$\varphi_{agd}(\theta_0) := \begin{cases} \pi + \arccos\left(-\theta_{cd}(\theta_0, nc) \cdot \theta_0^{-1}\right) & \text{if } \theta_{cd}(\theta_0, nc) < \theta_{fde} \\ \varphi_2(\theta_0) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$\varphi_{agd}(\theta_0) = 267.134\ deg$

$$\Delta T_{agd}(\theta_0) := \frac{C_r}{J_b \cdot \omega_0^3 \cdot \theta_0} \cdot \int_{\varphi_{agd}(\theta_0)}^{\varphi_2(\theta_0)} \Lambda_{ad}(\theta_0 \cdot \cos(\varphi)) \cdot \cos(\varphi)\, d\varphi \qquad \Delta T_{agd}(\theta_0) = 0\ s$$

$$\mu_{agd}(\theta_0) := -86400 \cdot \frac{\Delta T_{agd}(\theta_0)}{T_0} \qquad \mu_{agd}(\theta_0) = 0$$

Défaut d'isochronisme au dégagement (percussions puis glissement éventuel)

$$\mu_{ade}(\theta_0) := \mu_{acd}(\theta_0) + \mu_{agd}(\theta_0) \qquad \boxed{\mu_{ade}(\theta_0) = -2.635}$$

Défaut d'isochronisme au dégagement en supposant une transmission sans percussions

$\lambda_2 := X'_d \cdot \psi'^2_d \cdot \chi'_d \qquad \lambda_1 := \left[\left(\kappa'_d - \chi'_d \cdot \psi'_d \cdot \theta_1\right) \cdot X'_d + \chi'_d \cdot \left(K'_d - X'_d \cdot \psi'_d \cdot \theta_1\right)\right] \cdot \psi'_d$

$\lambda_0 := \left(\kappa'_d - \chi'_d \cdot \psi'_d \cdot \theta_1\right) \cdot \left(K'_d - X'_d \cdot \psi'_d \cdot \theta_1\right) \qquad \lambda_0 = -0.083 \qquad \lambda_1 = -0.099 \qquad \lambda_2 = -0.03$

$\varphi a_1(\theta_0) := \pi + \arccos\left(\dfrac{-\theta_1}{\theta_0}\right) \qquad \varphi a_2(\theta_0) := \pi + \arccos\left(\dfrac{-\theta_2}{\theta_0}\right)$

$$I_0(\theta_0) := \frac{-\lambda_0}{\theta_0} \cdot \left(\sqrt{\theta_0^2 - \theta_2^2} - \sqrt{\theta_0^2 - \theta_1^2}\right)$$

$$I_1(\theta_0) := \frac{-\lambda_1}{2 \cdot \theta_0} \left[\theta_2 \cdot \sqrt{\theta_0^2 - \theta_2^2} - \theta_0^2 \cdot \left(\varphi a_2(\theta_0) - \varphi a_1(\theta_0)\right) - \theta_1 \cdot \sqrt{\theta_0^2 - \theta_1^2}\right]$$

$$I_2(\theta_0) := \left(\frac{-\lambda_2}{3 \cdot \theta_0}\right) \cdot \left[\theta_2^2 \cdot \sqrt{\theta_0^2 - \theta_2^2} + 2 \cdot \theta_0^2 \cdot \left[\sqrt{\theta_0^2 - \theta_2^2} - \left(\sqrt{\theta_0^2 - \theta_1^2}\right)\right] - \theta_1^2 \cdot \sqrt{\theta_0^2 - \theta_1^2}\right]$$

$$\Delta T_{gde}(\theta_0) := \frac{C_r}{J_b \cdot \omega_0^3 \cdot \theta_0} \cdot \left(I_0(\theta_0) + I_1(\theta_0) + I_2(\theta_0)\right) \qquad \mu_{gde}(\theta_0) := -86400 \cdot \frac{\Delta T_{gde}(\theta_0)}{T_0} \qquad \mu_{gde}(\theta_0) = -1.926$$

Défaut d'isochronisme par la théorie élémentaire (sans frottements)

Rapport des couples pendant le dégagement: $\Lambda_{d\_el} := \dfrac{-\rho_3}{\rho_2} \cdot \tan(\alpha_0) \cdot \tan(\beta_e) \qquad \Lambda_{d\_el} = -0.033$

Angles du balancier: $\theta_1 = -24\ deg \qquad \theta_2 = -13.498\ deg$

$$\Delta T_{d\_el}(\theta_0, C_r) := \frac{C_r}{J_b \cdot \omega_0^3 \cdot \theta_0^2} \cdot \Lambda_{d\_el} \cdot \left(\sqrt{\theta_0^2 - \theta_1^2} - \sqrt{\theta_0^2 - \theta_2^2}\right) \qquad \Delta T_{d\_el}(\theta_0, C_r) = 5.578 \times 10^{-6}\ s$$

$$\mu_{d\_el}(\theta_0) := -86400 \cdot \frac{\Delta T_{d\_el}(\theta_0, C_r)}{T_0} \qquad \boxed{\mu_{d\_el}(270 \cdot deg) = -1.205}$$

Comparaisons

Pour $\theta_0 = 270\,deg$ $\quad \mu_{cd}(n_c) = -2.233$ $\quad \mu_{t\_de} = -2.648$

$\mu_{acd}(270\cdot deg) = -2.635$ $\quad \mu_{acd}(180\cdot deg) = -4.568$ $\quad \mu_{acd}(90\cdot deg) = -9.42$

$\mu_{ade}(270\cdot deg) = -2.635$ $\quad \mu_{ade}(180\cdot deg) = -7.812$ $\quad \mu_{ade}(90\cdot deg) = -55.79$

$\mu_{gde}(270\cdot deg) = -1.926$ $\quad \mu_{gde}(180\cdot deg) = -6.522$ $\quad \mu_{gde}(90\cdot deg) = -53.11$

$\mu_{d\_el}(270\cdot deg) = -1.205$ $\quad \mu_{d\_el}(180\cdot deg) = -4.08$ $\quad \mu_{d\_el}(90\cdot deg) = -33.235$

Nombre de chocs cheville - entrée de fourchette pendant le dégagement

$j := 0..nc$ $\quad l := 0..10$ $\quad \Theta_{0_l} := 250\cdot deg + l\cdot 10\cdot deg$ $\quad V_{j,l} := \theta_{cd}\left(\Theta_{0_l}, j\right)$

$$N_c(v, \theta_{fde}) := \left| \begin{array}{l} j \leftarrow 0 \\ \text{while } \; v_j \le \theta_{fde} \\ \quad \left| \begin{array}{l} \text{break if } \; j > nc - 1 \\ j \leftarrow j + 1 \end{array} \right. \\ j \end{array} \right.$$

$$\mathbf{N}_l := N_c\left(V^{\langle l \rangle}, \theta_{fde}\right)$$

$$\Theta_0^{\,T} = (250 \;\; 260 \;\; 270 \;\; 280 \;\; 290 \;\; 300 \;\; 310 \;\; 320 \;\; 330 \;\; 340 \;\; 350)\,deg$$

$$\mathbf{N}^T = (50 \;\; 50 \;\; 7 \;\; 5 \;\; 4 \;\; 4 \;\; 3 \;\; 3 \;\; 3 \;\; 3 \;\; 2)$$

Graphes

$n := 10$ $\quad \Delta\theta := \dfrac{280\cdot deg - 180\cdot deg}{n}$ $\quad i := 0..n$ $\quad \theta 0_i := 180\cdot deg + i\cdot \Delta\theta$